

1 Estabilidad en el sistema solar

Laplace (1776) escribe quizás la más vigorosa defensa del determinismo en su Ensayo filosóficos sobre las probabilidades:

”El presente estado de la Naturaleza es evidentemente una consecuencia de lo que era en el momento precedente y, si concebimos una inteligencia que conociera todas la fuerzas que animan la Naturaleza así como la situación respectiva de los seres que la componen, podría abarcar en una sola fórmula los movimientos de los cuerpos más grandes del universo y los de los átomos más ligeros. Nada le resultaría incierto y tanto el futuro como el pasado estarían presentes ante sus ojos.

”La astronomía que es la rama del saber que más honor hace a la mente humana, nos da la idea, aunque imperfecta, de cómo sería esa inteligencia. La simplicidad de las leyes por la que los cuerpos celestes se mueven y las relaciones entre sus masas y distancias permiten seguir sus movimientos hasta un cierto punto; y, en orden a determinar el estado del sistema de estos grandes cuerpos, le basta al matemático que sus posiciones y velocidades sean observadas en un instante cualquiera de tiempo.

El hombre debe esta ventaja al poder del instrumento que emplea y al pequeño número de relaciones que incluye en sus cálculos , pero la ignorancia de las diferentes causas involucradas en la producción de los eventos, así como la complejidad junto con la imperfección del análisis, impide que alcancemos la misma certidumbre en la inmensa mayoría de los fenómenos, hay cosas que no son inciertas, cosas más o menos probables y lo que hacemos es compensar esta falta de conocimiento determinándolo en diferentes grados de probabilidad, así es a la debilidad de la mente humana que le debemos una de las más delicadas e ingeniosas de las teorías matemáticas: la ciencia de la probabilidad”.

Este optimismo por el determinismo se desvaneció a principios del siglo XX con el famoso principio de la incertidumbre.

El trabajo de Newton dejó claro que las leyes de Kepler corresponden a tener en cuenta únicamente la interacción Sol-Planeta a la hora de calcular el movimiento del mismo. Las interacciones originadas por el resto de los planetas, aunque muy pequeñas, producen unas perturbaciones en las perfectas órbitas elípticas de Kepler, y no está claro si su efecto, a largo plazo , puede ser la de destruirlas. De hecho Newton se dio cuenta de éste problema y pensó que sería Dios el que entre tiempo y tiempo tendría que reajustar el movimiento de los planetas para que se mantuviera la estabilidad de las órbitas.

En la mecánica desarrollada en el siglo XVIII las relaciones entre el movimiento elíptico de los distintos planetas eran calculadas mediante series perturbativas, en las cuales se confiaba debido a su fidelidad, a pesar de que nadie había demostrado de que convergiesen.

Poincaré (a fines del siglo XIX), en su trabajo "Sobre el problema de tres cuerpos y las conexiones con la dinámica", distingue los siguientes ítems:

1) La estabilidad tiene que estar relacionada con la periodicidad.
2) Los argumentos dinámicos se pueden convertir en argumentos topológicos
→ SSP.

3) Problema de Hill restringido: se considera una partícula de masa despreciable moviéndose perpendicularmente a un plano donde están situadas dos masas que se mueven en órbitas elípticas alrededor de un foco común.

Problema de Hill restringido

Debido a que la masa del cuerpo más pequeño ("cometa") es despreciable el movimiento kepleriano de los planetas no se ve alterado y puede construirse una SSP representando la velocidad del cometa frente al tiempo cada vez que éste atraviesa el plano planetario. Para ciertas condiciones se encuentra que este movimiento es periódico, aunque inestable, de forma que el planeta cruza el plano a intervalos regulares.

Gráfico

Cuando Poincaré examinó en el espacio de fases el movimiento que tiene lugar en la vecindad del punto fijo correspondiente a éste movimiento, encontró una situación similar a los puntos de equilibrio inestable del péndulo visto en el capítulo anterior. Así habrá trayectorias que se separen rápidamente de él mientras que las otras lo hacen, pero cuando propagamos el tiempo al revés.

Existía una diferencia importante entre el resultado del péndulo simple y lo que encontró Poincaré; en el primero, la separatriz cuando se propagaba la rama emergente y la rama incidente coincidían de forma perfecta cuando se cruzaban, pero esto no era así cuando consideramos un caso con perturbación, donde la rama emergente cruza la rama incidente en lo que hemos llamado *punto homoclinico* primario y a partir de allí tienen lugar infinitos cruces.

Además la rama va haciendo una serie de oscilaciones, que reciben el nombre de *oscilaciones homoclinicas*, que se van complicando.

Esta complicación surge de dos hechos; por un lado, como el mapa de Poincaré es un mapa que conserva el área, el área de la parte superior del lóbulo tiene que coincidir con la del lóbulo inferior, y por otra parte, una rama no puede cortarse a sí misma, de tal forma que sucesivos cortes tienen que ir haciendo figuras cada vez más complicadas.

El resultado es una maraña de una complejidad formidable, imagen de la dinámica caótica subyacente.

Gráfico

Poincaré demostró que las series de la mecánica celeste, deducidas por Lagrange y Laplace, no son en general convergentes por lo que puede existir caos en un sistema considerado desde siempre tan regular y estable como el sistema solar.

Años más tarde, mediante el teorema KAM se demostró el mecanismo de destrucción de órbitas regulares por efecto de las perturbaciones no lineales.

Pero éste teorema no alcanza para dar una respuesta concluyente al problema de la estabilidad del sistema solar.

Sussman y Wisdan (1984) mediante simulaciones, encontraron que el *movimiento de Pluton es caótico*, con un coeficiente de Lyapunov de 20 millones de años. Pero la influencia de este planeta sobre el resto del sistema solar es pequeña.

Laskar deduce una dinámica aproximada de todo el sistema solar y encuentra que *el movimiento de los planetas interiores (Mercurio, Venus, Tierra, Marte) es caótico*, con un exponente de Lyapunov de 5 millones de años.

Éste resultado no nos asegura que en los próximos 100 millones de años vaya a tener lugar un evento catastrófico para la Tierra, tal como una colisión con Marte o Venus, sino que los métodos tradicionales de la mecánica celeste son incapaces de predecir si uno de éstos acontecimientos va a suceder.

Analizando sus resultados, Laskar fue capaz de explicar el origen del caos del sistema solar. Los responsables son dos resonancias; una que involucra Marte y la Tierra, y la otra que involucra los movimientos de Mercurio, Venus y Júpiter. Las resonancias destruyen la predictibilidad porque amplifican los efectos gravitatorios al juntar periódicamente a los cuerpos implicados.

Sussman y Widson confirmaron los resultados de Laskar. El caos que encontraron en el sistema solar tiene dos componentes; la primera asociada al ángulo o *fase* que determina la posición del planeta en su órbita, y la segunda tiene que ver con la *forma* de ésta, la cual puede medirse con la excentricidad.

El caos asociado a la *fase*, como el que ocurre con el caso de Plutón, es bastante benigno pues sólo significa que con el tiempo perdemos la capacidad de predecir su posición, pero el planeta sigue su curso en la misma zona del espacio.

En cambio, el caos asociado a la *forma*, que es importante en el caso de Mercurio y Marte, implica que las perturbaciones de su movimiento son más importantes, y en el caso de Mercurio, puede significar la expulsión del sistema solar.

La conclusión de todos estos trabajos y el papel que juega el caos en la dinámica del sistema solar todavía no está totalmente entendido. De hecho, el sistema solar a sobrevivido en mas o menos su forma actual durante 100 millones de años, tiempo mucho mas largo de lo que sugiere el exponente de Lyapunov calculado.

1.1 Oblicuidad de los planetas

La oblicuidad, angulo del eje de rotacion respecto del plano de la ecliptica es facilmente caotica. En general impediria el desarrollo de la vida al imposibilitar el ciclo dia noche.

La luna, via el efecto de las mareas juega un rol importante de eliminar el caos en la oblicuidad terrestre.

1.2 Balanceo caótico de Hiperión (Satélites de Saturno)

Hiperión es el más externo de los satélites mayores de Saturno. Su masa es unas 10 veces menor a la de la Luna. Su forma es análoga a una pelota de rugby irregular. Sus dimensiones aproximadas son 380 Km x 290 Km x 230 Km.

Lo curioso es la orientación de su eje de rotación respecto al planeta Saturno.

Se estudió la dinámica de sus movimientos, en 1984, llegando a la conclusión siguiente: Aunque su movimiento orbital elongado es estable gracias a la influencia del satélite gigante Titán, su movimiento de balanceo es caótico, encontrándose en una zona de caos en el espacio de las fases.

Así se puede predecir donde se encontrará el satélite Hiperión en una fecha futura, pero es imposible predecir cual será su orientación.

Esto se corroboró por observaciones astronómicas midiendo la variación de su brillo, hechas en Chile, en las que no se encontró que dicho balanceo se ajustara a ninguna función con un único período.

Gráficos

1.3 Huecos en un cinturón de asteroides. Anillos de Saturno

La existencia de huecos en el cinturón de asteroides es uno de los casos más singulares de caos y resonancia.

La fórmula de Titius-Bode determina la posición de los planetas del sistema solar. Ésta fórmula se corroboraba para todos los planetas excepto para uno existente entre Marte y Júpiter. Allí se observó una multitud de asteroides (1.000.000), a la que se denominó cinturón de asteroides. Debido a la inmensa cantidad de cuerpos interactuando, ésta es una zona caótica la mayor parte del tiempo con excentricidades estables (no pensar en un escenario en que se estén chocando constantemente entre sí, ya que la distancia media entre asteroides es de varios Km).

Es previsible entre ellos una dinámica complicada. Las fuerzas gravitatorias debidas

al Sol y a Júpiter se incrementan en forma periódica a medida que los asteroides recorren sus órbitas.

Los asteroides se mueven bajo la acción del Sol, con períodos de revolución que dependen de su distancia, pero están sometidos a la perturbación debida a Júpiter. Por tanto, según el teorema KAM, algunos de sus movimientos son regulares y otros caóticos.

Si se grafica el número de asteroides versus el cociente entre sus frecuencias y la de Júpiter, aparecen huecos notables en aquellos cuyo cociente es un número racional (por el teorema citado), pues los que faltan estarían en resonancia con el planeta, cuyo efecto, al cabo de muchos ciclos, acaba por sacarles de su órbita.

Algo parecido ocurre con Saturno, donde la perturbación debida a algunos satélites es la causa de los huecos entre los anillos.